



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a X-a, 14- 15 MAI 2010



CLASA A IX-A

1. Calculați

$$s_n = \sum_{k=1}^n \left\lfloor \frac{2k + 3\sqrt{k}}{k} \right\rfloor, \text{ oricare ar fi } n \in \mathbb{N}.$$

Dorel I. Duca

2. Să se determine toate tripletele de numere reale (x, y, z) care satisfac relația

$$x^2 + y^2 + z^2 + 1 = xy + yz + zx + |x - 2y + z|.$$

Titu Andreescu

3. Fie ABC un triunghi oarecare și punctele $A_1 \in (BC)$, $B_1 \in (CA)$, $C_1 \in (AB)$ astfel încât $m(\angle A_1AB) = m(\angle B_1BC) = m(\angle C_1CA) = \alpha$. Notăm $A^* = BB_1 \cap CC_1$, $B^* = CC_1 \cap AA_1$, $C^* = AA_1 \cap BB_1$. Să se demonstreze că

$$\frac{r_A \cdot r_B \cdot r_C}{16R^2 \cdot p} = \sin^3 \alpha \cdot \sin^3 \frac{A - \alpha}{2} \cdot \sin \frac{C - \alpha}{2},$$

unde r_A, r_B, r_C sunt razele cercurilor înscrise în triunghiurile A^*BC , AB^*C , ABC^* iar R și p sunt raza cercului circumscris, respectiv semiperimetrul triunghiului ABC

Daniel Văcărețu

4. Demonstrați că pentru orice $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ este adevărată inegalitatea

$$(3 - \sin^2 x) \sin^6 x \leq \cos^8 x + \tan^8 x.$$

Precizați dacă există valori ale lui x pentru care se realizează egalitatea.

Octavian Agratini